

Euklid XIII.9

Ni'

Euklid viser i denne sætning, at et linjestykke bestående af to dele, der er side i henholdsvis en hexagon og en decagon indskrevet i samme cirkel, deler linjestykket efter et gyldent snit. Nedenstående er undertegnede's oversættelse af en engelsk oversættelse² af Euklid.

Sætning 9

Hvis siden af en hexagon og en decagon indskrevet i samme cirkel lægges sammen; så er hele linjen delt efter et gyldent snit³ og det største stykke udgøres af hexagonen.

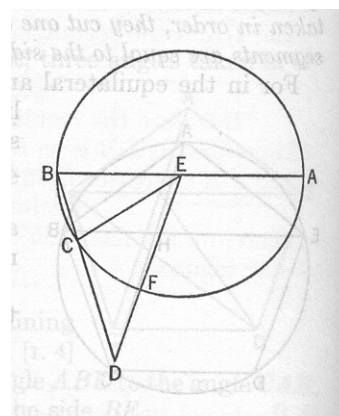
Lad ABC være en cirkel. BC er siden i den indskrevne decagon CD siden i den indskrevne hexagon⁴; CD er afsat i forlængelse af BC. Så er min påstand, at hele linjen BD er delt efter et gyldent snit, hvor CD er det største stykke.

Thi forbind nu cirkelns centrum E med punkterne B, C og D. Og forlæng BE til skæring med cirklen i A. Eftersom BC er side i en ligesidet decagon, er buen ACB fem gange buen BC og buen AC derfor fire gange buen BC.

Forholdet mellem buerne AC og BC er det samme som forholdet mellem vinklerne AEC og CEB. Derfor er vinklen AEC fire gange vinklen CEB. Vinklerne EBC og ECB er ens⁵. Vinkel AEC er derfor dobbelt så stor som ECB⁶.

Eftersom siderne EC og CD begge er lig med siden i hexagonen, er vinkel CED lig med vinkel CDE. Vinkel ECB er derfor dobbelt så stor som EDC. Men vi har tidligere vist, at AEC er dobbelt så stor som ECB, så AEC er fire gange EDC. Ligeledes er det tidligere vist, at AEC er fire gange BEC, så EDC er lig med BEC.

Vinkel EBD er fælles for trekkanterne BEC og BED; derfor er den sidste vinkel BED også lig med ECB. Trekkanterne EBD og EBC er således ensvinklede. DB forholder sig dermed til BE som EB til BC. Men EB er lig med DC, så i alt har vi at BD forholder sig til DC som DC til CB⁷. BD er større end DC, så DC er også større end CB. Derfor er den rette linje BD delt efter det gyldne snit, og DC er det største af stykkerne.



Q.E.D.

¹Fil: Datadrev\Matematik\Geometri\Euklid XIII.9 120507.wpd.

²Maynard Hutchins (editor), "Great Books of the Western World", vol. 11, Encyclopædia Britannica 1952.

³Betegnelsen "Gyldent snit er af meget yngre dato".

⁴Og altså lig med radius i cirklen.

⁵De ligger begge ved grundlinjen af den ligebenede trekant CEB.

⁶ $180 - 2 \cdot ECB = CEB = 180 - AEC$

⁷ $\frac{BD}{DC} = \frac{DC}{CB} \Leftrightarrow DC^2 = BD \cdot CB$

